

# 建築における位相空間：グラフ理論・ネットワーク理論の応用のはじまり

岡田 有祐

はじめに

1 グラフ（ネットワーク）理論の歴史

1.1 Christopher Alexander

1.2 Lionel March · Philip Steadman

1.3 Space Syntax

2 グラフ（ネットワーク）理論の応用

2.1 列挙

2.2 類型化

3まとめ

付録1：年表

付録2：用語集<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Patrik Schumacher, *The Autopoiesis of Architecture, Volume II: A New Agenda for Architecture* (Wiley, 2012). の pp.99-pp.106 を元に作成

## はじめに

位相空間は要素同士の隣接関係を扱って、寸法を取り去っても残る形に隠れた性質のある空間のことである。

建築における位相空間を研究するアプローチとしてより具体的なものとより抽象的なものがある。具体的なアプローチとして鈴木了二がいう「DUBMATCH」<sup>1</sup>と呼ぶ思考実験が挙げられる。テラーニのカサ・デル・ファッショとコルビジエのサヴォア邸を変形させて比べたときにテラーニは強度があるのに対して、コルビジエはプロポーションが崩れて駄目になる。ある種の造形を引き延ばしたり縮めたりして、性質の変わるものと変わらないものを判別しようとしている。

一方で数学を建築に応用した抽象的なアプローチがある。今回、EaR のリサーチとしてその歴史を対象とした。また本文に出てくる数学の用語は付録 2 に記した。

## 1 グラフ（ネットワーク）理論の歴史

一般に様々な事象の相互関係をノードとエッジに置き換えグラフとして表示することが行われ、そのグラフの性質を研究する数学の一分野としてグラフ（ネットワーク）理論がある。

様々な分野に応用があり、物理（力ベクトル）、化学（分子構造の解析）や生物学（代謝ネットワーク）などがある。近年ではコンピュータサイエンスと共に進化ていき、チップ設計、ニューラルネットワーク、インターネットの構造解析、サーチエンジンなどへの応用がある。測地学や交通シミュレーションなど直接建築、都市論に応用できるものもある。さらにはソーシャルネットワーク分析など社会学において言語的な分析をするために重要なものとなっている。

建築、都市論においてグラフ理論は空間の繋がりのパターンに表現することで様々な問題を解決した。例として 1736 年にケニヒスベルクの橋の問題がある。7 つの橋があり、二度通ることなく一筆書きで渡ることができるかどうかをグラフに抽象化し証明した問題が最も有名である。他にもグラフ理論の定理は最短経路問題、深さ優先探索、幅優先探索やセールスマントリップル問題のルートの最適化をするものなどが挙げられる。

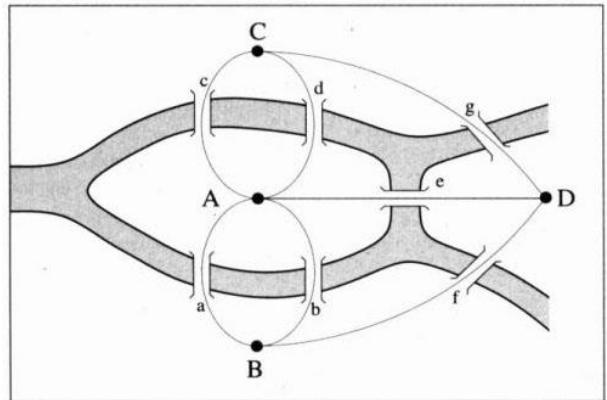


図1 ケニヒスベルクの橋 (Seven Bridges of Königsberg)

1960 年代の初めごろ建築理論に応用され、ほぼ初期の例として Alexander<sup>2</sup>が基礎研究的にグラフ理論、群論や集合論の数学を応用した研究がある。さらに 1970 年代に March と Steadman<sup>4</sup>らにより研究を発展させ、空間をより客観性をもたせる科学的な研究を主としていた。また Hillier と Hanson<sup>5</sup>らにより Space Syntax 理論として建築、都市論にさらなる拡張をされたものがある。これら数学的手法をもって建築を拡張する研究は現在も続いている

### 1.1 Christopher Alexander

Alexander はケンブリッジ大学で数学の学士号を得た後、ハーヴィード大学の大学院に建築を学んだ。そして 1964 年に博士論文でまとめた「Notes on the Synthesis of Form」（「形の合成に関するノート」）が出版された。この文章は大きく 2 つの部分にわかれており、第一部ではデザインが問題解決の一種であることを明らかにし、第二部ではデザインの問題表示の仕方と解決方法が提案されている。

まず現代においてデザインの条件が複雑化・多様化していることを述べた。そして問題を単純化するために要素に分解し、それを数学的手法をもってグルーピングし統合した。「形の合成に関するノート」において Alexander は数学を建築に応用し複雑な設計条件を合理的な手順によって形を作る方法を考えていた。

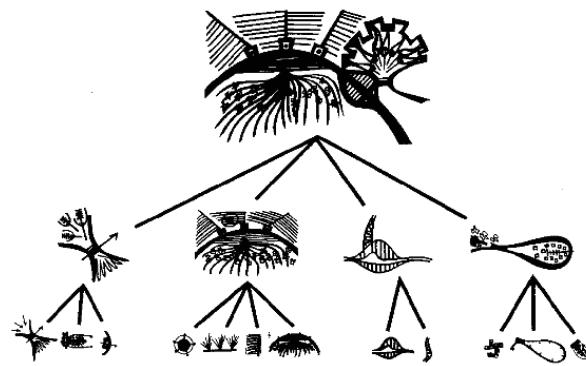


図2 インドの村のダイアグラム

また1965年に「A City Is Not a Tree」（「都市はツリーではない」）を発表し、建築や都市の構造的な特性をグラフ理論などを用いて論じた。歴史的な長い時間を経て自然発的に生まれた自然都市と、建築家や都市計画家が短期間のうちに人工的に作り上げたものとの本質的な相違をセミラティスとツリーという構造特性な相違として捉えた。自然都市の豊かさはセミラティスの複雑さにもたらされる特性であり、人工都市の貧しさは単調すぎるツリー構造に起因すると述べている。

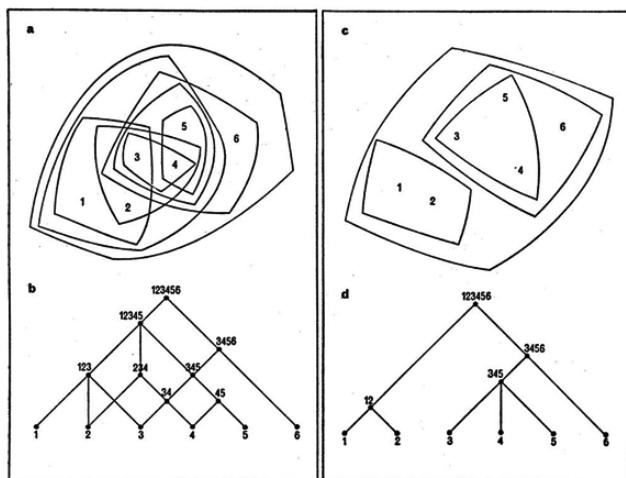


図3 セミラチス（左）とツリー（右）

Alexanderは人工的な都市の例として入れ子のゾーニングをしているチャンディガール、ツリー状のサーキュレーションをしているブラジリアを挙げた。さらに最も当てはまっている例として丹下健三の東京計画1960を道路のパターンと大きな街区のパターンを理由に挙げた。東京湾上に連続して伸びるループから構成

されている4つのメジャーループがあり、それぞれ3つのミディアムループをもっている。そしてそれらは3つの居住区になるマイナーループをもっている。この計画はツリー構造をもつために、他のユニットと関わりを持つことができない単調な都市と述べている。

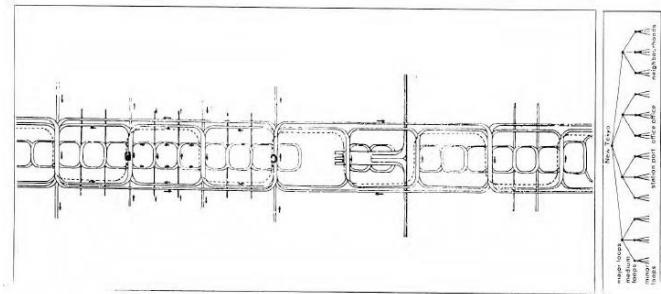


図4 東京計画1960

またAlexanderは空間の構造をグラフに表すことで、その特性を明らかにした。Alexander初期におけるグラフ理論や集合論の応用した研究を経て、セミラティスを人工的に作るために「バタン・ランゲージ」を考案した。デザインのプロセスに関わるための方法論として、意味論的なネットワークを作り上げた。ここに一つの分岐点があり、今回の調査対象は意味論的な研究ではなく、Alexander初期のより形態的な特性の研究の流れを追った。

## 1.2 Lionel March · Philip Steadman

MarchとSteadmanはAlexanderの数学的な手法をもって建築を分析する研究をより形態的な側面から発展させた。彼らはケンブリッジ大学にthe Centre for Land-Use and Built Form Study(LUBFS)を立ち上げ、空間記述のための数学的な表現を用いると同時にたくさんの建築におけるアルゴリズミックデザインの基礎を作った。1971年に出版した「The Geometry of Environment」ではより数学的手法をもって形態の具体的な定義がされた。

まず幾何学を位相幾何学的に変形すると、位置、距離、角度と比率、平行性、交差比、隣接性のうち隣接性だけが不变量として保存される。つまり様々な変形のなかもっとも制約の少ない幾何学がある。(図5 最下部にある位相幾何学(topology)が隣接性

だけを不变量として持っている)

mapping invariant	position	length	angle and ratio	parallelism	cross-ratio	neighbourhood
identity	•	•	•	•	•	•
isometry		•	•	•	•	•
similarity			•	•	•	•
affinity				•	•	•
perspectivity					•	•
topology						•

図5 さまざまな幾何学の制約

そして外見上、全く異なったものも位相的な観点から同一の特性を見付けることができる。まず Frank Lloyd Wright の設計した3つの住宅を隣接性だけを抽出する。機能の入った空間をノードに置き換え、ノード間が繋がっていればエッジに置き換えることで図のような構造的なパターンを抽出することができる。3つは形態的に大きく異なっているが、位相的に同一であると見なすことができる。

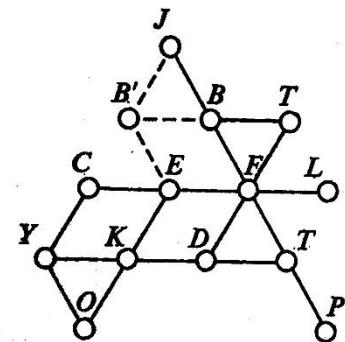
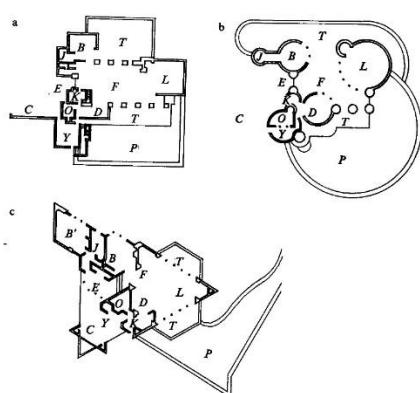


図6 Frank Lloyd Wrightの設計した3つの住宅とそのグラフ

また位相的な観点を持つことで部屋配置の最適化を求めることが可能になる。平面図の作成の際に、隣接関係と面積などの与条件を与えることで、それらを満たす部屋配置を得ることができる。例えば図7は正方形を敷き詰める問題がある。これはグラフ理論で電気回路のために考えられたキルヒホップの法則というものが使われている。

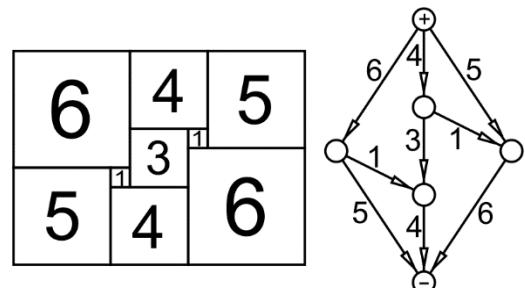


図7 Tiling by Squares

この研究では数学的手法をもって形態を評価するときの基準を示し、またグラフ理論を用いていくつかの建築の応用示した。

### 1.3 Space Syntax

Space Syntax理論はHillierとHansonらに提唱され建築、都市の空間形状を解析する手法である。グラフ（ネットワーク）理論を基本とし建築家や都市計画家をサポートするものとして成功している。この理論のコンセプトは複雑な全体を要素の関係性の集合として読み解くことである。1995年にHillierによってロンドン大学バートレット校にSpace Syntaxの研究室が設立され、学術的な基盤がありまたコンサルティングとしての基盤もある。

Space Syntax 理論は空間形状に関する事を扱っているが、空間の形にそのものではなく空間の相対的な接続性に関する事である。要素になった空間同士の接続性の濃度や分布に焦点をあて、それを計ることができる。また建物内の部屋、広い空間の中のゾーン、道路網の中の道など、さまざまな空間を要素として定義した。

もっとも基本となる相対的な計量方法は要素間の深度 (Depth) 計る方法がある。深度とは空間の距離のことで、つまり、2つの空間の間を渡るために必要な最小の数のことである。また一つの空間とその他全部の空間の深度の合計が一番少ない空間を最も統合 (Integrated) されている、接続性があるという。その深度の合計の全要素の平均、統合の度合いの平均が空間の深さ、浅さを計る基準となる。

また j-graph (Justified graph) という、根 (選んだノード) から深度、接続性などを描画する方法がある。j-graph は根によって形は変わり、根からの深度によってノードが整列させられる。また j-graph は位相的な性質を示して、空間の遺伝子とも呼べる固有性を表している。

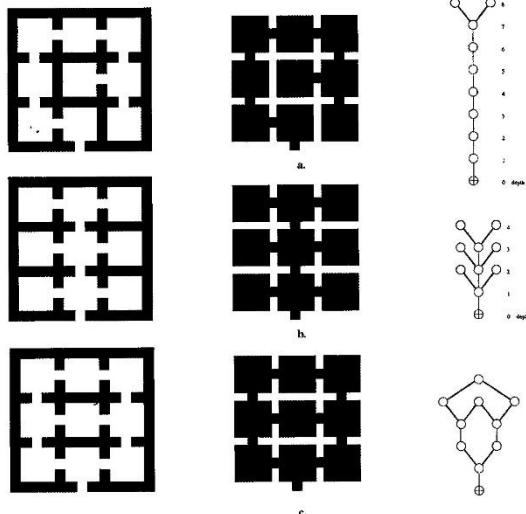


図8 プランとその Justified graph

グラフを作るときには Hillier は空間の単位、不变量として2つの方法を示している。1つ目は凸空間 (convex space)、廊下も

同様部屋を1つの空間単位として見る方法。2つ目は小さな四角形モジュールを空間単位として平面に充填させる方法。この2つの方法は純粋に空間から空間のアクセシビリティを捉えている。それは実際人が平面上を移動するという観点から適しているのと、大きな部屋は人を惹きつけることが示されている。Hillier はこの2つの方法を空間解析するときの基本としている。また Hillier は軸上の細長い空間に抽象化しその接続性の観点から空間を解析する方法も提案している。これら3つは互いに重ね合わせてもいい。

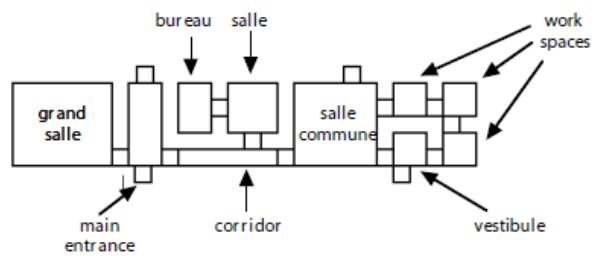


図9 慣習的なフランスの農家

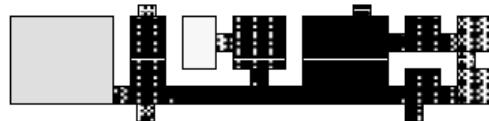


図10 convex spaceによる平面分析



図11 小さな四角形モジュールを空間単位として平面分析

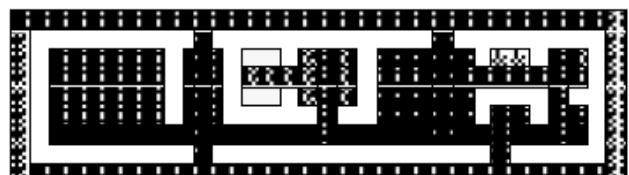


図12 convex spaceとstrips of visual connectionの重ね合わせによる平面分析

Space Syntax 理論は都市のように空間として連続的で曖昧なものを分析するときには別の方法を用いる。1つは建物の壁面を使って定義する方法で、全ての **isovist** (特定の点から見ることのできる空間) の合計を使う方法。

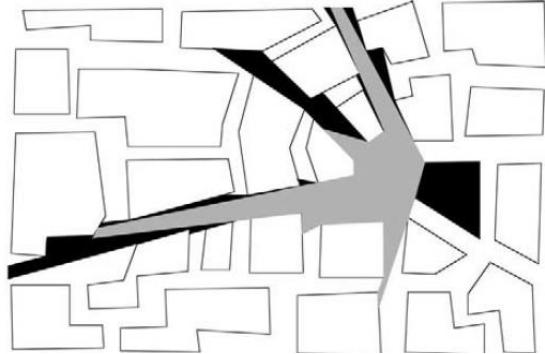


図1-3 Façade isovist

またより簡潔な方法として都市空間内に折れずに描ける直線を使う **axial map** という方法がある。都市空間を直線に分解し、その集まりのネットワークへと変換する。Space Syntax 理論において axial map はもっとも広範囲に使える分析方法である。

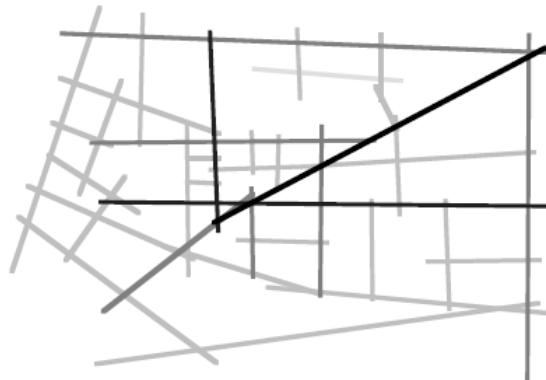


図1-4 axial map

Space Syntax 理論は位相空間という空間形状の見えない性質をグラフィカルに扱うことができ、計算的な処理やさまざまな量化がされることでデザインに利用することができる。空間の深度や統合度をコントロールすることで部分から全体へアプローチすることができ、建築と都市、社会を結ぶことを目指した理論である。

## 2 グラフ（ネットワーク）理論の応用

グラフ（ネットワーク）理論を用いた研究を大きく2つに大別すると、列挙と類型化に分けることができる。

列挙は主に与条件を満たした平面計画を並べ挙げ、その可能性を示すことが重要である。従来、建築家などは無限の可能性から経験や直感を通して形を設計してきた。この研究は経験や直感を使うのではなく、あるルールの中のすべて平面計画を列挙することで建築家を補助する。他には与条件に合うルート検索、列挙などもある。

類型化は建築を時代、地域や外見を問わず、隣接性だけを抽出することでまとめる研究である。研究対象はさまざままで、前述した Frank Lloyd Wright の設計した3つの住宅の例など外見上が全くことなるものであったり、ヴァナキュラーな建築など建築的な理論のないものであったり、学校、病院や収容所など違った機能をもつものなど広く多くのものの押し並べて見ることができる。

以下で詳しく例を示したい。

### 2.1 列挙

列挙の目的として大きく3つ挙げられる。一つ目は既存建物の平面計画を再計画するときに計画者を補助する目的。二つ目は部屋同士の移動距離を最小限にする目的。3つ目は計画者に一つの基準として示す目的がある。

平面計画のためにいくつか与条件が必要である。隣接条件、外面条件、方位条件などの位相的な条件と、形状条件、寸法・面積条件などの幾何学的な条件から可能な平面計画を列挙することができる。

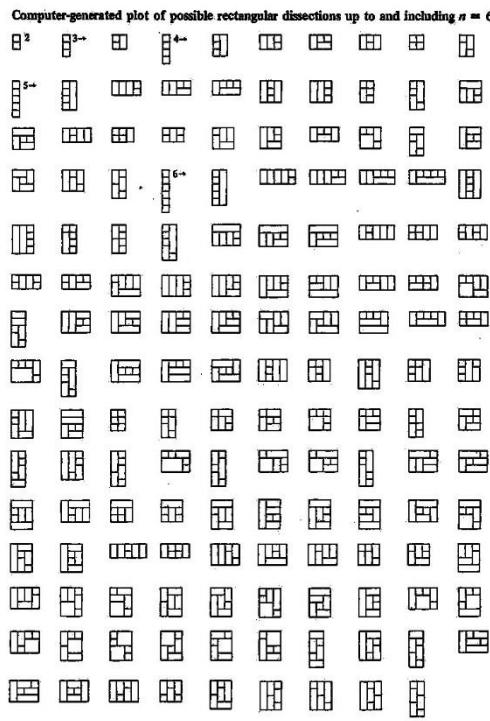
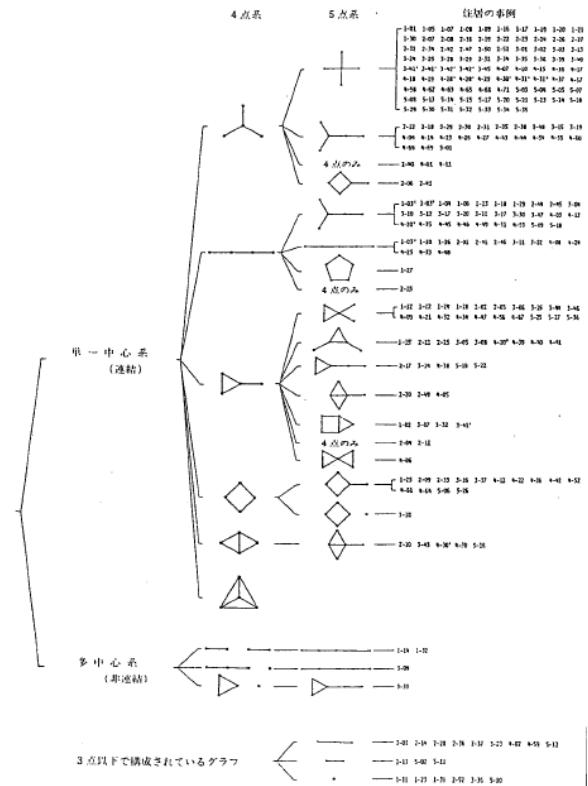


図1.5 部屋数が6までの寸法のない平面の列挙

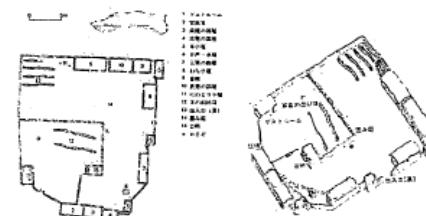
列挙はカタログ的に全ての平面パターンを並べ、その中から位相的な条件を満たすものを選ぶ方法がある。また部屋数の増加するごとに組み合わせ爆発が起き、平面の列挙する数が天文学的な数になる。そのため条件を限定し所与の位相的な条件を満たす平面計画の列挙する方法もある。

## 2.2 類型化

さまざまな集落を類型化した例に原広司ら<sup>17</sup>の研究がある。世界の住居247の例をグラフ化しグラフの形状特性を分析した。この研究では部分グラフによる類型化をしており、それ自体でのグラフでは比較的難しいのをグラフの特異な部分を抽出し単純化しまとめている。一点集中型のツリー構造が多くみられ、ツリー構造の中心部を持つ住居は標準型をいえる。それ以外のグラフをすればとみなすと住居の特性を読み解くことができる。例として宗教的グラデーションをもつGunlavedhieriの住居や、複合家族制をもつガーナのSumbrunguの住居は深度のある線上の構造をしており、環状の構造をもつものがある。

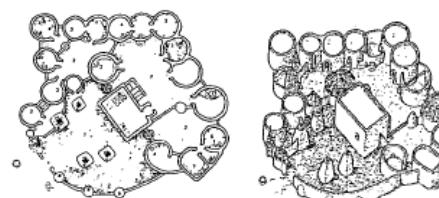


4-62 Msaiuira (Iraq)



平面のグラフ表示	次級別度数	グラフの階層化
29(10+3+17)+18	4	G(V)
頂点	4	
Eからの最大距離	2	
均質度	0.894	
辺・頂点比	0.950	
辺元充足率	0.352	
閉路元充足率	0.006	
充裕度	4.750	
最大直径	3.420	(93)

5-26 Sumbrungu (Ghana)



平面のグラフ表示	次級別度数	グラフの階層化
24(7+5+3+2+1+1)+20	6	G(V)
頂点	6	
Eからの最大距離	4	
均質度	0.917	
辺・頂点比	1.000	
辺元充足率	0.364	
閉路元充足率	0.023	
充裕度	4.000	
最大直径	3.128	(72)

図1.6 部分グラフによる住居形態の類型化と住居のグラフ例

また Space Syntax 理論では時代の違うイギリスの 6 つの住宅を類型化した。6 つとも全く違う形態をしているが最も使われる部屋とキッチンとリビングの統合度 (integration value) が同じでことから、時代によるプランの変容を保存されるものと変わるものを見ることができる。

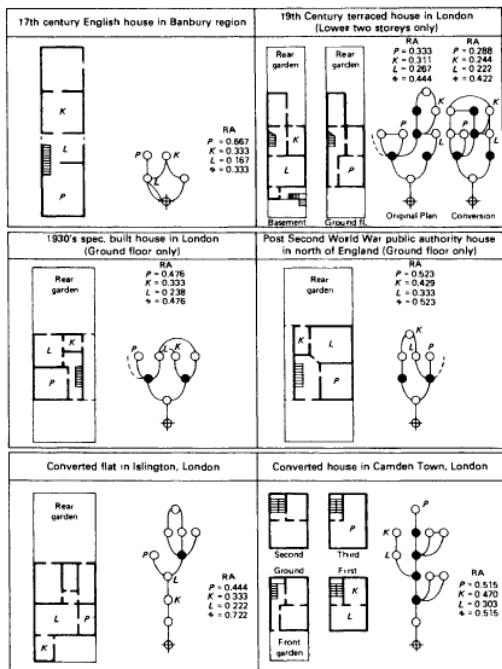


図 17 違う時代の 6 つのイギリスの住宅

### 3まとめ

今回の調査対象の始まりは 1960 年代から 70 年代にかけての出来事で、ちょうどモダニズムの終焉がいわれ、そしてポストモダニズムの時代がはじまった。多様な動きが見られ、そのうちの一つに構造主義を援用する流れがあった。構造主義は対象を要

<sup>1</sup> 鈴木了二, “「DUB 建築序説」”住宅特集, 5 月号, 新建築社, 2011

<sup>2</sup> C. Alexander, “Notes on the Synthesis of Form”. Harvard University Press, 1964.

<sup>3</sup> C. Alexander, “A City Is Not a Tree,” 1965.

<sup>4</sup> L. March and P. Steadman, The Geometry of Environment: An Introduction to Spatial Organization in Design. Methuen & Co.Ltd, 1971.

<sup>5</sup> B. Hillier and J. Hanson, The Social Logic of Space. Cambridge University Press, 1984.

<sup>6</sup> 原広司, 門内輝行, 渡辺健一, 榊原磨理子, and 大嶋治雄, “建築

素に分解し要素間の関係性を扱う方法論として普及した。

Alexander が扱う数学は関係や構造を扱うグラフ理論や集合論でこれは 60 年代の構造主義の方法を踏襲している。また他にも構造主義の影響を受けたものとして Stiny と Gips<sup>8</sup>が Shape grammar という、形態操作の手続きを記号化する研究や Eisenman<sup>9</sup>が Chomsky の生成文法を応用した研究などがあり、類似点も多い。

また 60 年代は CAD が生まれた時代である。以後 CAD システムは建築のコンピューションの主流となり 2D/3D ドラフトイングや構造計算などのシミュレーションを可能にした。

一方でアルゴリズム的に生成する建築におけるジェネレーティブデザインの生まれた時代でもあった。この研究はイギリスにある二つの学校で違う目的を持って発展させられた。一つはケンブリッジ大学で調査対象である数学的な研究で主に研究され、もう一つは Architectural Association (AA) で Coates と Frazer により人工頭脳学に影響を受けた研究がされた。それは空間の自立性のための論理的な枠組みとして自己組織システムの実験するため、コンピュータを通じ新しいモデルを作っていた。進化的アルゴリズム、エージェントベースモデリング、L-system やセルオートマタなどを建築に応用しヒューリスティックなデザイン手法の基礎を作った。

調査対象は建築のごく部分的な側面でしかないが、さまざまスケールに応用が可能で客観的な指標を示すことが可能である。位相的な基準をもつことにより形態の相違を明確化し、列挙や類型化ができる建築の枠組みを拡張する一連の研究であった。数学的手法をもって分析されてきたこの研究も、コンピュータにより使用者が容易に扱うことができるようになったが、基本的な理論は変わっていない。そういう技術がより身近になった今、その起源を知る必要があると思われる。

空間の形態学的研究: その 3 グラフによる住居形態の分析,” 日本建築学会学術講演梗概集, pp. 771–772, 1981.

<sup>7</sup> 原広司, 門内輝行, 榊原磨理子, and 大嶋治雄, “建築空間の形態学的研究: その 4 住居の類型化の試み,” 日本建築学会学術講演梗概集, pp. 773–774, 1981

<sup>8</sup>. G. Stiny and J. Gips, “Shape grammars and the generative specification of painting and sculpture,” Inf. Process., no. 71, pp. 1460–1465, 1972.

<sup>9</sup> P. Eisenman, House X. Rizzoli International Publications, 1981.

## 付録 1

## 付録2

### 基本定義

グラフ (Graph) : ノード (節点、頂点) とエッジ (枝、辺、リンク) により構成された図形。ノードの数を位数 (order)、エッジの数をサイズ (size) という。

隣接 (Adjacency) : エッジで繋がれている場合のみ、二つのノードは隣接しているという。

### 様々な分野で定義されたもの

無向グラフ (Non-directed graph) : エッジに向きのない辺を無向辺 (Non-directed edge) といい、すべてのエッジが無向辺だけのグラフ。

有向グラフ (Directed graph) : エッジに向きのある辺を有向辺 (Non-directed edge) といい、すべてのエッジが有向辺だけのグラフ。(交通の分析をするときに、通行の向きを表すのに使われる。)

混合グラフ (Mixed graph) : 無向辺と有向辺が含まれているグラフ。

符号グラフ (Signed graph) : エッジにプラス (+) もしくはマイナス (-) の符号が付いているグラフ。(よくソーシャルネットワークの分析するときに関係性の良し悪しを表すのに使われる。)

重みつきグラフ (Weighted graph) : 辺に重み (コスト) が付いているグラフ。

多重グラフ (Multi-graph) : 2つのノード間に複数のエッジがあるグラフ。

### 詳細な定義

次数 (Degree) : あるノードが隣接しているノードの数。つまり、あるノードが接続しているエッジの数。次数が0のノードのことを孤立点 (isolate) と呼び、次数が1の場合葉頂点 (leaf vertex) という。有向グラフの場合、ノードに入ってくるエッジを入次数 (indegree)、出していくエッジを出次数 (outdegree) という。出次数があって入次数がないものを源点 (source vertex)、入次数があって出次数がないものを沈点 (sink vertex) という。

部分グラフ (Subgraph) : あるグラフ G のなかにあるグラフ。さらに、このグラフ G からノードを選び、そ

のノードについているエッジをすべて選んだ場合、誘導部分グラフ (induced subgraph) という。

通路 (Walk) : 隣接したノードをたどった軌跡。

道 (Path) : 同じノードを 2 回以上通らない通路。

循環 (Cycle) : 始点と終点が同じ道で閉路ともいう。この場合すべてのノードの次数が 2 になる。

Disjointedness: ノードを共有しない道のこと点素な道 (vertex-disjoint path)、エッジを共有しない道のことを辺素な道 (edge-disjoint path) という。点素と辺素は同じである。例えば 3 つの点素な道があるとすると、一つの道から 3 つの独立した道がることを意味する。

測地線 (Geodesics) : 二つのノード間の最短の道。

完全グラフ (Complete graph) : 任意の 2 つノードがエッジで接続されているグラフ。つまりそのグラフは可能なエッジをすべて含んでいる。

二部グラフ (Bipartite graph) : 二部グラフにおいて、ノードの集合は 2 つに分けられ、エッジは 2 つの集合のそれぞれに接続している。

完全二部グラフ (Complete bipartite graph) : 完全二部グラフにおいて、ノードの集合は 2 つに分けられ、1 つのノードはもう一つの集合のすべてのノードに接続している。

平面的グラフ (Planar graph) : 平面上にエッジが交わることなく描けるグラフ。

ファーリーの定理 (Fáry's theorem) : 平面的グラフのエッジは交差させることなく直線分に変形ができる。

クリーク (Clique) : 無向グラフのクリークは部分グラフで、クリークの中のあるノードが他のすべてノードと接続している。つまりその部分グラフは完全グラフであるといえる。

連結グラフ (Connected graph) : 任意の 2 つノードの間に道が存在するグラフ。有向グラフでこれが満たしているとき強連結 (strongly connected) また有向グラフの向きをなくした台グラフ (underlying graph) の場合、弱連結 (weakly connected) という。

最大部分グラフ (Maximal subgraph) : 何か特定の属性 (接続性など) を満たし、これ以上ノードを選択することができない部分グラフ。

成分 (Component) : 最大の連結な部分グラフ。

切断点 (Cutpoint) : 除去することで非連結グラフになるノード。

橋 (Bridge) : 除去することで非連結グラフになるエッジ。

ブロック (Block) : 切断点を持たない部分グラフ。

カットセット (Cutset) : 除去することで非連結グラフになるノード、エッジの集合。また非連結にする最小限のノードを最小のカットセット (Minimal cutset) という。

点連結度 (Vertex connectivity) : 最小のカットセットのサイズをグラフの点連結度という。

メンガーの定理 (Menger's theorem) : 2つのノードを非連結にするための除去する最小のノードの数は2つのノード間の点素な道の最大数に等しい。エッジに関しても同じである。

辺連結度 (Edge-connectivity) : 2つのエッジを繋ぐ素辺な道の最大数と同じである。

木 (Tree) : どの2つのノードにも1つの道がある。また木には循環がない。あるノードを1つ選びそれを基準に他のノードとの上下関係を考えることができる。選ばれたノードを根 (root) といい、根を持つ木を根付き木 (rooted tree) という。(社会の階層を分析するときなどに使われる。) また外向きのないノードを葉 (leaf) という。

深度 (Depth) : 根からのあるノードの距離をこと。全部のノードの深度の集合は木のレベルという。

高さ (Height) : 根から最も離れている葉の距離のこと。

先祖・子孫 (Ancestors/descendants) : あるノード p からノード q へ行く道があるとし、ノード p をノード q の先祖、ノード q をノード p の子孫という。

サイズ (Size) : 木において子孫の数のこと。

二分木 (Binary tree) : すべてのノードが多くて2つの子を持つ木。

全二分木 (Full binary tree) : すべてのノードが2つの子もしくは、持たない木。

完全二分木 (Perfect binary tree、Complete binary tree) : すべての葉が同じ深度の全二分木。

全域木 (Spanning tree) : すべてのノードにエッジが木の形で広がっているグラフ。つまりすべてのノードは木に接続していて、循環のないかたち。

森 (Forest) : 素な木の集合。

## ネットワークとノードの尺度

中心性 (Centrality) : さまざまなノードにおける中心性の尺度があり、ネットワークにおけるノードやエッジの相対的な位置や重要性を表す。一番簡単な計り方は次数を使った方法である。もっと適切な方法はその他のノードから最短の道を計測する方法である。

彩色数 (Chromatic number) : 接続しているノードが同じ色のないグラフのとき最小の色の数。

完璧グラフ (Perfect graph) : すべての誘導部分グラフの彩色数とクリーク数が等しいグラフ。

Related theorem : 二部グラフの余数は完璧である。

樹相度 (Arboricity) : グラフの樹相度はすべてのエッジを覆うのに必要な最小の全域木の数。

厚さ (Thickness) : いくつかの平面的グラフを重ね合わせて作るときに必要な平面的グラフの数。

## 新しいグラフを作るときに基本となる演算

線グラフ (Line graph) : ノードをエッジに変換する演算。逆も可能。

双対グラフ (Dual graph) : 与えられた平面的グラフに対し隣り合う面に対応するノード同士がエッジで接続されている。

補グラフ (Complement graph) : グラフ G が逆転したグラフ H のこと。つまりグラフ G で 2 つのノード間で隣接していない場合、グラフ H では隣接している。

## 複雑ネットワーク

複雑ネットワーク (Complex network) : 複雑ネットワークの用語はトポロジー的に非自明な特徴なグラフ理論を参照している。それは裾の重い分布 (heavy-tailed distribution)、クラスタ係数 (clustering coefficient)、次数相関 (assortativity もしくは disassortativity) や階層構造の証明などの非自明な特徴を含むものである。逆に、シンプルなグラフ理論は部分的にしか証明されていないラティスやランダムグラフのものは表現できない。

裾の重い分布 (Heavy-tailed) : 確率分布の裾がガウス分布のように指数関数的には減衰せず、緩やかに減衰する分布。

クラスタ係数 (clustering coefficient) : ノードのクラスタ係数とは隣接したノード間のエッジの数を隣接したノード間のエッジ数の取りうる最大値で割ったもの。クラスタ係数が 1 の場合、隣接したノード間ですべてエッジで接続されている。よくグラフにスモールネットワーク性があるかどうか計るときに使われる。

Assortativity : 隣接しているノード同士の次数が似る度合いを次数相関といい、正の相関を持つものを assortativity という。

Disassortativity : 逆に負の相関を持つものを disassortativity という。

コミュニティ構造 (Community structures) : ネットワーク内のノードのグループで、残りのネットワークより深い結びつきがある。ソーシャルネットワークにおいて共通の場所、職業、趣味のコミュニティグループをつくるもの。

スモールワールド性 (Small-world network) : 全部の 2 つのノード間のエッジの数の平均。世界中の人々の繋がりは 6 次の隔たりしかないものをスモールネットワークという。

スケールフリー性 (Scale-free network) : ネットワークの次数の分布がべき乗になるもの。また特徴としてスケールを持っていない。べき乗分布は現実世界で World Wide Web やインターネットのルーターやメールのネットワークでみられる。

ジャイアントコンポーネント (Giant component) : 大多数のノードを含んでいる部分グラフ。

ランダムグラフ (Random graph) : ノードの接続関係を乱数を用いて作られたもの。一般にノード間の平均距離が短く、クラスタ係数が低い。